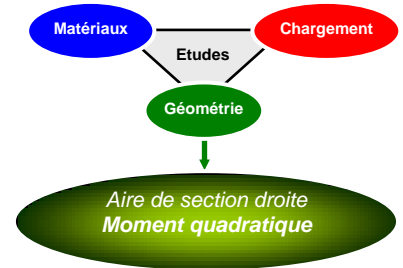


1 - PRÉAMBULE

L'analyse des contraintes et des déformations dans un solide fait intervenir deux grandeurs géométriques liées aux sections droites étudiées :

- L'aire de la section droite ⇒ Traction – Compression.
⇒ Cisaillement.
- Le moment quadratique de la section droite ⇒ Torsion. **TRAITÉ DANS CETTE FICHE**
⇒ Flexion.

Le moment quadratique est aussi appelée « moment d'inertie quadratique ».



2 – DÉFINITION GÉNÉRALE

Le moment quadratique d'une section S quantifie la distribution de matière par rapport à :

- ➔ Un axe ⇒ I_x, I_y, I_z ⇒ utile pour des études en Flexion.
- ➔ Un point ⇒ I_0 ⇒ utile pour des études en Torsion.

DÉFINITIONS FONDAMENTALES

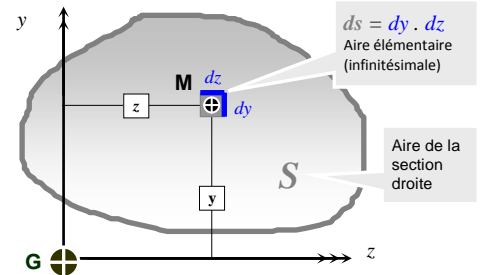
Moment quadratique / axe (G,y) : $I_{Gy} = \int_S z^2 \cdot ds$

Moment quadratique / axe (G,z) : $I_{Gz} = \int_S y^2 \cdot ds$

Moment quadratique polaire / G : $I_0 = I_{Gx} + I_{Gy} = \int_S (y^2 + z^2) \cdot ds$

Unité légale : (m^4) usuelle : (mm^4)
 (au regard des ordres de grandeur rencontrés).

Paramétrage pour le calcul du moment quadratique



Plus la matière est éloignée du point ou de l'axe considéré, plus le moment quadratique est grand, et moins le solide se déformera (toutes choses égales par ailleurs).

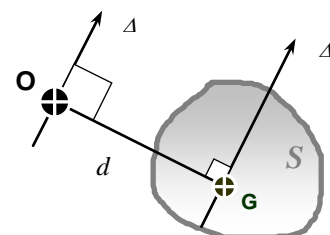
3 – THÉOREME DE HUYGENS

Huygens établit le moment quadratique par rapport à un axe (O,Δ) à partir du moment quadratique par rapport à l'axe (G,Δ) , de l'aire S concentrée d'une section droite décalée et de la distance d séparant (G,Δ) et (O,Δ) :

Moment quadratique / axe (O,Δ) : $I_{O\Delta} = I_{G\Delta} + S \cdot d^2$

(mm^4) (mm^4) (mm^2) (mm^2)

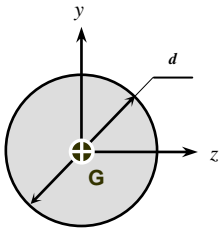
Moment d'inertie d'une section décalée



4 – DÉFINITIONS PARTICULIÈRES

Moments quadratiques pour des sections courantes

Section circulaire pleine



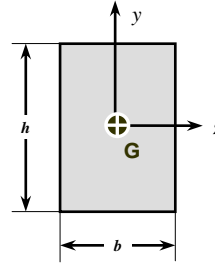
$$I_{Gy} = \frac{\pi}{64} d^4$$

$$I_{Gz} = \frac{\pi}{64} d^4$$

$$I_0 = \frac{\pi}{32} d^4$$

Formules les plus courantes à connaître

Section rectangulaire pleine

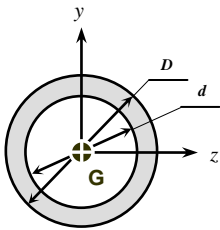


$$I_{Gy} = \frac{1}{12} hb^3$$

$$I_{Gz} = \frac{1}{12} bh^3$$

$$I_0 = \frac{1}{12} bh(b^2 + h^2)$$

Section circulaire creuse

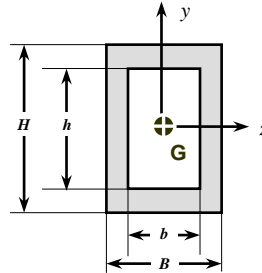


$$I_{Gy} = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$$

$$I_{Gz} = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$$

$$I_0 = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$$

Section rectangulaire creuse

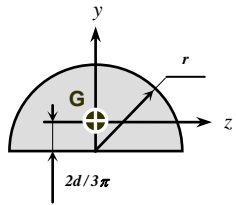


$$I_{Gy} = \frac{1}{12} (HB^3 - hb^3)$$

$$I_{Gz} = \frac{1}{12} (BH^3 - bh^3)$$

$$I_0 = \frac{1}{12} [bh(b^2 + h^2) + BH(B^2 + H^2)]$$

Section demi circulaire

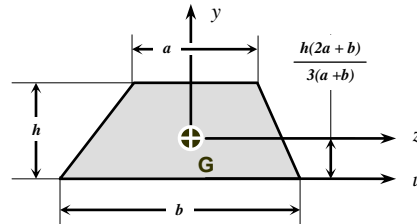


$$I_{Gy} = \frac{\pi}{8} r^4$$

$$I_{Gz} = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8\pi}{9} \right) r^4$$

$$I_0 = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{8\pi}{9} \right) r^4$$

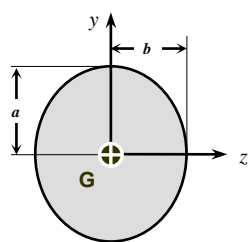
Section trapézoïdale



$$I_{Gy} = \frac{1}{36} h^3 \frac{(a^2 + 4ab + b^2)}{(a + b)}$$

$$I_0 = \frac{1}{12} h^3 (3a + b)$$

Section elliptique

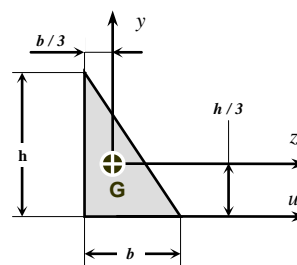


$$I_{Gy} = \frac{\pi}{4} ab^3$$

$$I_{Gz} = \frac{\pi}{4} ba^3$$

$$I_0 = \frac{\pi}{4} ab(a^2 + b^2)$$

Section triangulaire



$$I_{Gy} = \frac{1}{36} hb^3$$

$$I_{Gz} = \frac{1}{36} bh^3$$

$$I_0 = \frac{1}{36} bh(b^2 + h^2)$$

$$I_{Gu} = \frac{1}{12} bh^3$$

Protocole de calculs pour une section complexe :

En l'absence de modèle permettant d'accéder aux moments quadratiques...

- ❶ Décomposer la section complexe en plusieurs sections simples. Procéder par addition ou soustraction selon les cas.
- ❷ Positionner les centres de gravité de chaque section simple. Déterminer les distances les séparant de l'axe considéré passant par le centre de gravité de la section complexe.
- ❸ Déterminer le moment quadratique de chaque section simple par rapport à l'axe considéré passant par le centre de gravité de chacun d'eux.
- ❹ Déterminer par le théorème de Huygens, les moments quadratiques de chaque section simple, par rapport à l'axe considéré et passant par le centre de gravité de la section complexe.
- ❺ Déterminer le moment d'inertie du solide complexe en effectuant la somme et / ou la différence de moments élémentaires selon les choix opérés en ❶.